



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Analiza matematyczna

### Przedmiot

Kierunek studiów

Informatyka

Studia w zakresie (specjalność)

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Forma studiów

niestacjonarne

Rok/semestr

1/1

Profil studiów

ogólnoakademicki

Język oferowanego przedmiotu

polski

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

20

Laboratoria

Inne (np. online)

Ćwiczenia

20

Projekty/seminaria

### Liczba punktów ECTS

6

### Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

dr Zbigniew Walczak

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

email: [zbigniew.walczak@put.poznan.pl](mailto:zbigniew.walczak@put.poznan.pl)

tel. 61 665 2812

Wydział Automatyki, Robotyki i Elektrotechniki

ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań

### Wymagania wstępne

Wiedza z zakresu matematyki określona przez podstawę programową kształcenia matematycznego na poziomie rozszerzonym w szkole średniej. Posługuje się narzędziami matematyki z zakresu szkoły średniej oraz ma umiejętność przeprowadzania poprawnych wnioskowań logicznych. Rozumie potrzebę ciągłego kształcenia się oraz rozwoju kompetencji.

### Cel przedmiotu

Przekazanie studentom podstawowej wiedzy z analizy matematycznej w zakresie pojęcia funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, rachunku różniczkowego i całkowego, szeregów liczbowych i potęgowych.



Rozwijanie u studentów umiejętności rozwiązywania problemów z zastosowaniem narzędzi analizy matematycznej.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

#### Wiedza

1. Zna podstawowe zagadnienia z zakresu granicy funkcji, pojęcie pochodnej funkcji, metody obliczania pochodnych i zastosowania pochodnych funkcji.
2. Scharakteryzuje podstawowe metody badania zbieżności ciągów nieskończonych, szeregów liczbowych i szeregów potęgowych.
3. Ma wiedzę dotyczącą całki nieoznaczonej, oznaczonej i niewłaściwej, podstawowych metod całkowania oraz zastosowań rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej.
4. Zna pojęcia pochodnej cząstkowej funkcji wielu zmiennych oraz różniczki zupełnej, metody obliczania ekstremów lokalnych funkcji dwóch zmiennych.

#### Umiejętności

1. Wyznaczy granicę ciągu liczbowego, obliczy granicę funkcji oraz zbada jej ciągłość. Ponadto zbada zbieżność szeregu liczbowego i szeregu funkcyjnego.
2. Obliczy pochodną funkcji jednej zmiennej, wyznaczy ekstrema funkcji, zbada jej monotoniczność, wypukłość, wklęsłość oraz punkty przegięcia. Zastosuje metodę obliczania ekstremum w zadaniach optymalizacyjnych, rozwinie funkcję w szereg Taylora i Maclaurina.
3. Obliczy całkę nieoznaczoną, oznaczoną i niewłaściwą, wybierając odpowiednią metodę całkowania. Zastosuje całkę oznaczoną w geometrii.
4. Obliczy pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych, wyznaczy ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych i zastosuje różniczkę zupełną do obliczeń przybliżonych.

#### Kompetencje społeczne

1. Jest świadomy poziomu swojej wiedzy w zakresie badań w naukach ścisłych i technicznych.
2. Jest świadomy pogłębiania i poszerzania wiedzy w celu rozwiązywania nowo powstałych problemów.

### Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Ocena formująca:

- na podstawie odpowiedzi na pytania dotyczące materiału omówionego na wykładach oraz oceny bieżącego postępu realizacji zadań w ramach ćwiczeń,

Ocena podsumowująca:



- wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana przez egzamin pisemny. Zadania mają charakter teoretyczny i praktyczny. Egzamin oceniany jest w systemie punktowym. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie co najmniej 50% punktów.

- w ramach ćwiczeń efekty kształcenia weryfikowane są przez dwa kolokwia, ocenianie ciągłe, na każdych zajęciach (odpowiedzi ustne) i uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, a szczególnie za:

- omówienie dodatkowych aspektów zagadnienia,
- efektywność zastosowania zdobytej wiedzy podczas rozwiązywania zadanych problemów.

Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50% punktów.

### Treści programowe

Wykład:

#### 1. PRZEGLĄD FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I ICH WŁASNOŚCI

- Definicja funkcji, dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji
- Funkcja monotoniczna, ograniczona, okresowa, parzysta, nieparzysta, złożona
- Suriekcja, iniekcja, funkcja odwrotna
- Logarytm naturalny, funkcje cyklotomiczne, funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich

#### 2. CIĄGI LICZBOWE

- Definicja ciągu liczbowego
- Ograniczoność, monotoniczność ciągu
- Granica ciągu (w tym liczba  $e$ ), ciągi zbieżne, rozbieżne
- Twierdzenia o ciągach (w tym Twierdzenie o 3 i 2 ciągach oraz o arytmetyce granic ciągów)

#### 3. GRANICA I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI

- Definicja granicy funkcji w punkcie, granice właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie, granice jednostronne właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie oraz granice właściwe i niewłaściwe w nieskończoności
- Twierdzenia o granicach funkcji (w tym Twierdzenie o arytmetyce granic funkcji oraz o 3 i 2 funkcjach)
- Wyrażenia nieoznaczone i granice pewnych wyrażeń nieoznaczonych
- Ciągłość funkcji w punkcie



- Punkty nieciągłości pierwszego i drugiego rodzaju

#### 4. POCHODNA FUNKCJI

- Definicja pochodnej funkcji, interpretacja geometryczna pochodnej, pochodne jednostronne, twierdzenia o pochodnej funkcji (o działaniach arytmetycznych na pochodnej, o pochodnej funkcji odwrotnej, o pochodnej funkcji złożonej)

- Prosta styczna, normalna do wykresu funkcji
- Różniczka funkcji, zastosowanie różniczki do obliczeń przybliżonych
- Pochodne wyższych rzędów, wzór Leibniza
- Własności funkcji różniczkowalnych
- Reguła de l'Hospitala
- Asymptoty funkcji
- Ekstrema lokalne i absolutne
- Monotoniczność funkcji
- Punkty przegięcia wykresu funkcji
- Wklęsłość, wypukłość funkcji
- Zastosowanie ekstremów w zadaniach optymalizacyjnych

#### 5. CAŁKI NIEOZNACZONE

- Funkcja pierwotna, twierdzenia o całkach nieoznaczonych (m.in. o całkowaniu przez podstawienie i przez części)
- Rozkład na ułamki proste funkcji wymiernej właściwej, całkowanie funkcji wymiernych
- Całkowanie funkcji trygonometrycznych i pewnych funkcji z niewymiernościami

#### 6. CAŁKI OZNACZONE I NIEWŁAŚCIWE

- Definicja całki oznaczonej Riemanna, interpretacja geometryczna całki oznaczonej, Twierdzenie Newtona-Leibniza
- Własności całki oznaczonej
- Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i przez części dla całki oznaczonej
- Zastosowania geometryczne całek oznaczonych:
  - o pole obszaru płaskiego



- o długość krzywej
- o objętość i pole powierzchni bocznej bryły obrotowej
- Całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju
- 7. SZEREGI LICZBOWE I POTĘGOWE
  - Definicja szeregu liczbowego, suma szeregu liczbowego, warunek konieczny zbieżności szeregu liczbowego
  - Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich (d'Alemberta, Cauchy'ego, porównawcze, całkowe)
  - Szereg naprzemienny, kryterium Leibniza zbieżności szeregu naprzemiennego
  - Zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregu
  - Szereg potęgowy, promień i przedział zbieżności szeregu potęgowego
  - Różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego
  - Szereg Taylora, Maclaurina, obliczenia przybliżone
- 8. ELEMENTY RACHUNKU RÓŻNICZKOWEGO FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH
  - Dziedzina funkcji dwóch i trzech zmiennych
  - Granice funkcji dwóch i trzech zmiennych
  - Pochodne cząstkowe
  - Różniczka zupełna funkcji dwóch zmiennych, obliczenia przybliżone
  - Ekstremum funkcji dwóch zmiennych

Ćwiczenia:

1. PRZEGLĄD FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I ICH WŁASNOŚCI
  - Definicja funkcji, dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji
  - Funkcja monotoniczna, ograniczona, okresowa, parzysta, nieparzysta, złożona
  - Funkcja odwrotna
  - Logarytm naturalny, funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich
2. CIĄGI LICZBOWE
  - Ograniczoność, monotoniczność ciągu



- Granica ciągu (w tym liczba  $e$ ), ciągi zbieżne, rozbieżne
- Twierdzenia o ciągach (w tym Twierdzenie o 3 i 2 ciągach oraz o arytmetyce granic ciągów)

### 3. GRANICA I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI

- Granica funkcji w punkcie, granice właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie, granice jednostronne właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie oraz granice właściwe i niewłaściwe w nieskończoności
- Twierdzenia o granicach funkcji (w tym Twierdzenie o arytmetyce granic funkcji oraz o 3 i 2 funkcjach)
- Wyrażenia nieoznaczone i granice pewnych wyrażeń nieoznaczonych
- Ciągłość funkcji w punkcie
- Punkty nieciągłości pierwszego i drugiego rodzaju

### 4. POCHODNA FUNKCJI

- Twierdzenia o pochodnej funkcji (o działaniach arytmetycznych na pochodnej, o pochodnej funkcji odwrotnej, o pochodnej funkcji złożonej)
- Prosta styczna, normalna do wykresu funkcji
- Różniczka funkcji, zastosowanie różniczki do obliczeń przybliżonych
- Pochodne wyższych rzędów, wzór Leibniza
- Własności funkcji różniczkowalnych
- Reguła de l'Hospitala
- Asymptoty funkcji
- Ekstrema lokalne i absolutne
- Monotoniczność funkcji
- Punkty przegięcia wykresu funkcji
- Wklęsłość, wypukłość funkcji
- Zastosowanie ekstremów w zadaniach optymalizacyjnych

### 5. CAŁKI NIEOZNACZONE

- Funkcja pierwotna, twierdzenia o całkach nieoznaczonych (m.in. o całkowaniu przez podstawienie i przez części)



- Rozkład na ułamki proste funkcji wymiernej właściwej, całkowanie funkcji wymiernych
  - Całkowanie funkcji trygonometrycznych i pewnych funkcji z niewymiernościami
6. CAŁKI OZNACZONE I NIEWŁAŚCIWE
- Twierdzenie Newtona-Leibniza
  - Własności całki oznaczonej
  - Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i przez części dla całki oznaczonej
  - Zastosowania geometryczne całek oznaczonych:
    - o pole obszaru płaskiego
    - o długość krzywej
    - o objętość i pole powierzchni bocznej bryły obrotowej
  - Całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju
7. SZEREGI LICZBOWE I POTĘGOWE
- Suma szeregu liczbowego, warunek konieczny zbieżności szeregu liczbowego
  - Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich (d'Alemberta, Cauchy'ego, porównawcze, całkowite)
  - Szereg naprzemienny, kryterium Leibniza zbieżności szeregu naprzemiennego
  - Zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregu
  - Szereg potęgowy, promień i przedział zbieżności szeregu potęgowego
  - Różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego
  - Szereg Taylora, Maclaurina, obliczenia przybliżone
8. ELEMENTY RACHUNKU RÓŻNICZKOWEGO FUNKCJI WIELU ZMIENNYCH
- Dziedzina funkcji dwóch zmiennych
  - Pochodne cząstkowe
  - Różniczka zupełna funkcji dwóch zmiennych, obliczenia przybliżone
  - Ekstremum funkcji dwóch zmiennych

### Metody dydaktyczne



1. Wykład: prezentacja multimedialna uzupełniana przykładami podawanymi na tablicy, teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów.
2. Ćwiczenia: rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy, inicjowanie dyskusji nad rozwiązaniami.

### Literatura

#### Podstawowa

1. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 1 i 2, Definicje, twierdzenia i wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2019.
2. W. Krywicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach cz. I i II, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2015.
3. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 1 i 2, Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2018.
4. W. Żakowski, G. Decewicz, Matematyka cz. I, Analiza matematyczna, WNT, Warszawa 2017.
5. W. Żakowski, W. Kołodziej, Matematyka cz. II, Analiza matematyczna, WNT, Warszawa 2017.

#### Uzupełniająca

1. H. J. Musielakowie, Analiza matematyczna tom 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1993.

### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	140	6,0
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	40	2,0
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu) <sup>1</sup>	100	4,0

<sup>1</sup> niepotrzebne skreślić lub dopisać inne czynności